

## APUNTES DE CLASES – MOVIMIENTO PARABÓLICO

Carlos Armando De Castro

Asesorías en Matemáticas, Física e Ingeniería

### 1. ESQUEMA GENERAL DE UN MOVIMIENTO PARABÓLICO

En el caso general se dispara con una velocidad inicial a un cierto ángulo de la horizontal desde una altura inicial y se llega a una altura final conocida, como se ilustra en la Figura 1.

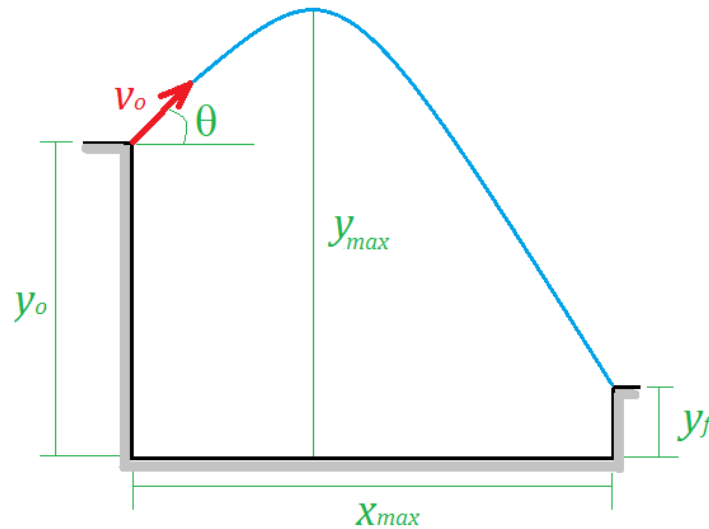


Figura 1. Esquema general de un movimiento parabólico.

### 2. LAS ECUACIONES DEL MOVIMIENTO PARABÓLICO

Un movimiento parabólico es la superposición de dos movimientos: uno horizontal sin aceleración y uno vertical con aceleración constante (la de la gravedad), por lo tanto, las ecuaciones que lo describen (descomponiendo la velocidad inicial en  $x$  e  $y$ ) son las siguientes en cada componente:

$$\begin{cases} x = (v_o \cos \theta)t \\ v_x = v_o \cos \theta \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} y = y_o + (v_o \sin \theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = v_o \sin \theta - gt \end{cases} \quad (2)$$

Donde  $g$  es la aceleración de la gravedad que apunta siempre hacia abajo.

---

Asesorías en Matemáticas, Física e Ingeniería

Whatsapp: +573126369880

Correo: [asesormating@gmail.com](mailto:asesormating@gmail.com)

<https://sites.google.com/site/maticasingenieria>

### 3. ALTURA MÁXIMA

La altura máxima de un movimiento parabólico se da en el tiempo  $t_1$  cuando la velocidad vertical es cero, entonces de la parte de velocidad en la Ec. 2 se tiene:

$$t_1 = \frac{v_o \sin \theta}{g} \quad (3)$$

Reemplazando el tiempo calculado en la Ec. 3 en la Ec. 2 para la altura se tiene la altura máxima alcanzada:

$$y_{m\acute{a}x} = y_0 + (v_o \sin \theta) \left( \frac{v_o \sin \theta}{g} \right) - \frac{1}{2} g \left( \frac{v_o \sin \theta}{g} \right)^2$$

Simplificando:

$$\boxed{y_{m\acute{a}x} = y_0 + \frac{(v_o \sin \theta)^2}{2g}} \quad (4)$$

### 4. ALCANCE

El alcance es la distancia horizontal máxima a la que se llega cuando la partícula lanzada llega a la altura final  $y_0$ , entonces de la parte de posición vertical en la Ec. 2 se tiene para el tiempo final:

$$y_f = y_0 + (v_o \sin \theta)t_f - \frac{1}{2}gt_f^2$$

Reagrupando términos:

$$-\frac{1}{2}gt_f^2 + (v_o \sin \theta)t_f + (y_0 - y_f) = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática resultante y tomando únicamente el valor positivo del tiempo (ya que uno negativo no tiene sentido) se tiene:

$$t_f = \frac{v_o \sin \theta + \sqrt{(v_o \sin \theta)^2 + 2g(y_0 - y_f)}}{g} \quad (5)$$

Reemplazando el tiempo calculado en la Ec. 5 en la Ec. 1 para la posición horizontal se tiene el alcance del movimiento:

$$\boxed{x_{m\acute{a}x} = (v_o \cos \theta) \left( \frac{v_o \sin \theta + \sqrt{(v_o \sin \theta)^2 + 2g(y_0 - y_f)}}{g} \right)} \quad (6)$$

## 5. LA TRAYECTORIA PARABÓLICA

Despejando el tiempo de la Ec. 1 de posición tenemos:

$$t = \frac{x}{v_o \cos \theta}$$

Reemplazando en la Ec. 2 para la altura:

$$y = y_0 + (v_o \sin \theta) \left( \frac{x}{v_o \cos \theta} \right) - \frac{1}{2} g \left( \frac{x}{v_o \cos \theta} \right)^2$$

Simplificando se tiene la ecuación de una parábola en el plano xy que abre hacia abajo:

$$y = -\frac{g}{2(v_o \cos \theta)^2} x^2 + (v_o \tan \theta)x + y_0 \quad (7)$$

### Ejemplo 1:

Analizaremos un tiro parabólico con los siguientes datos de entrada:

<b>g [m/s<sup>2</sup>]</b>	9,80
<b>y0 [m]</b>	10,00
<b>yf [m]</b>	0,00
<b>v0 [m/s]</b>	10,00
<b>θ [grados]</b>	30

Ingresando las ecuaciones (1) al (6) en una hoja de Excel tenemos los resultados calculados:

<b>vxf [m/s]</b>	8,66
<b>vyf [m/s]</b>	-14,87
<b>vf [m/s]</b>	<b>17,20</b>
<b>xf [m]</b>	<b>17,56</b>
<b>y_max [m]</b>	<b>11,28</b>

Podemos graficar además la trayectoria de éste lanzamiento, como se vé en la Figura 2.

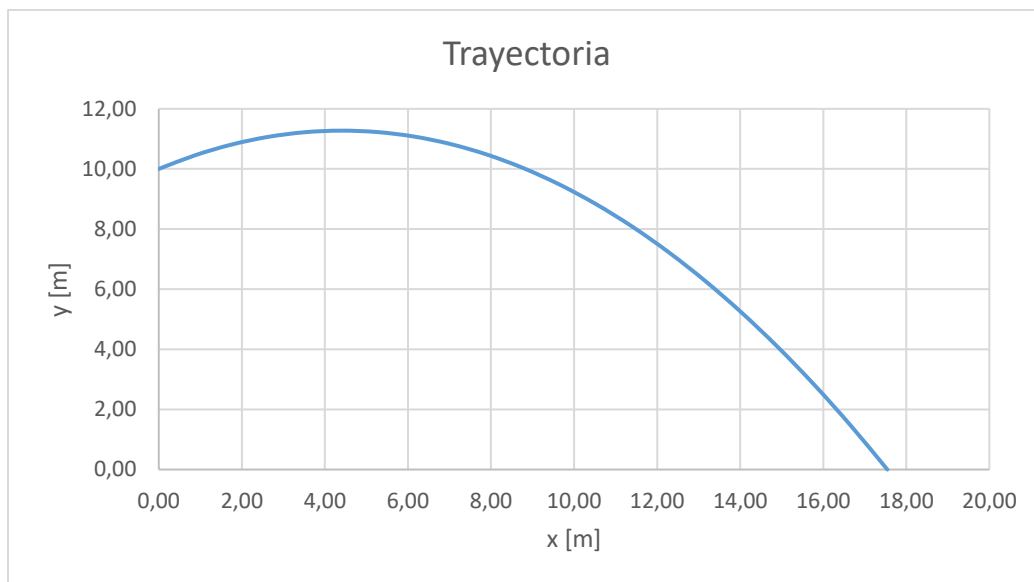
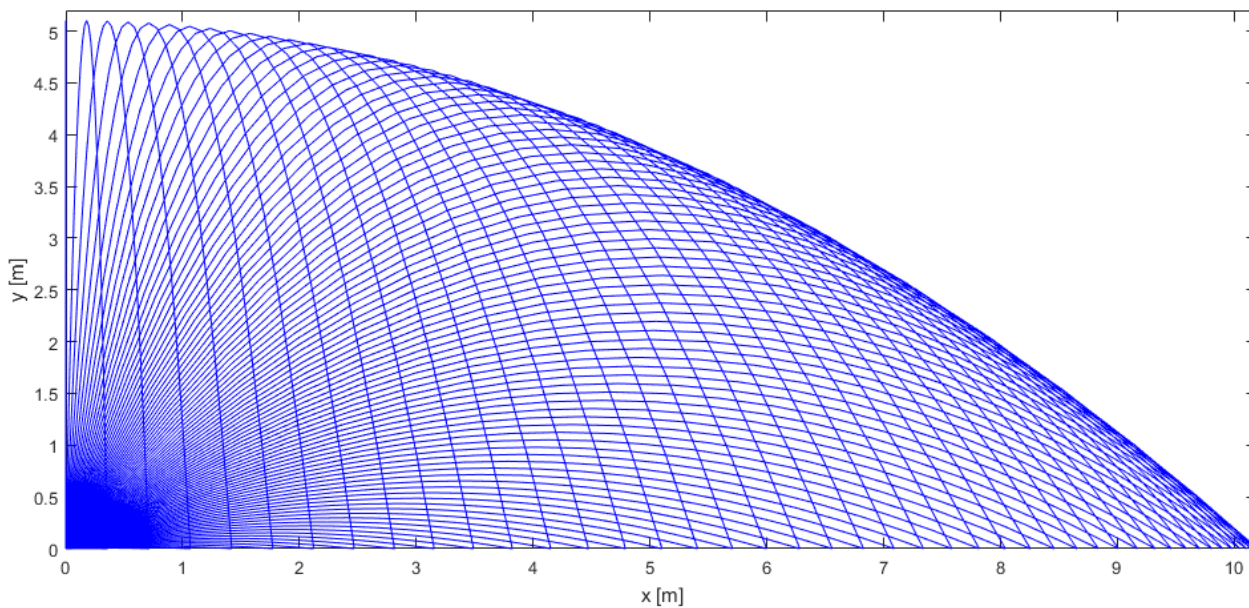


Figura 2. Trayectoria del movimiento parabólico del Ejemplo 1, graficada en Excel.

**Ejemplo 2:**

Implementando todas las ecuaciones mostradas en un código de MATLAB tenemos 90 trayectorias para un lanzamiento desde el suelo con 10 m/s desde 1° hasta 90° de inclinación:



*¿Desea más profundización y ejemplos prácticos?*

*Contáctenos para una clase personalizada.*

---

Asesorías en Matemáticas, Física e Ingeniería

Whatsapp: +573126369880

Correo: [asesormating@gmail.com](mailto:asesormating@gmail.com)

<https://sites.google.com/site/maticasingenieria>