PROPIEDADES DE LOS EXPONENTES

Carlos Armando De Castro
Asesorías en Matemáticas, Física e Ingeniería

Tenemos que a y b son dos números o dos expresiones algebraicas que van a hacer el papel de bases; n y m son números o expresiones algebraicas que hacen el papel de exponentes, entonces se cumplen las siguientes propiedades (pueden comprobarlas con una calculadora):

Propiedad 1. Producto de dos expresiones con la misma base elevados a diferentes potencias:

$$\boxed{a^n a^m = a^{n+m}}$$

Propiedad 2. División de dos expresiones de la misma base elevados a diferentes potencias:

$$\boxed{\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}}$$

Propiedad 3. Inverso de una potencia (la Propiedad 2 sale de ésta combinada con la Propiedad 1):

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$$

Propiedad 4. Distribución del exponente en un producto de dos expresiones de diferente base (aplica también para la misma base combinando con la Propiedad 1):

$$\boxed{(ab)^n = a^n b^n}$$

Propiedad 5. Expresión con exponente elevada a otro exponente:

$$\boxed{(a^n)^m = a^{nm}}$$

Propiedad 6. Raíces escritas como exponentes.

$$\boxed{\sqrt[n]{a} = a^{1/n}}$$

Con esta propiedad se observa que una raíz es un exponente, por tanto las propiedades anteriores (1-5) aplican igualmente para todas las raíces.

Asesorías en Matemáticas, Física e Ingeniería
Whatsapp/Celular: 312-636-9880
Correo: asesormating@gmail.com
http://sites.google.com/site/matematicasingenieria
Bogotá, Colombia

Valores conocidos:

Para toda potencia se cumple:

$$\boxed{a^1 = a}$$

Además, para toda potencia que su base sea diferente de cero ($a \neq 0$) se tiene siempre:

$$\boxed{a^0 = 1}$$

La expresión 0^0 no está matemáticamente definida y por tanto no es válida, si aparece en un cálculo hay que verificar si hay errores o tener cuidado si el problema no está enfocado a que el estudiante se dé cuenta de la invalidez de la expresión.

ADVERTENCIA:

Un error muy común entre los estudiantes trabajando con expresiones algebraicas y exponentes es hacer lo siguiente:

$$(a+b)^n = a^n + b^n$$

O también una parecida:

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

Ambas de estas expresiones y similares **NO SON VÁLIDAS** en ningún caso y el estudiante debe tener muchísimo cuidado de no utilizarlas (compruébelas con una calculadora).

En el primer caso en particular cuando se tiene un binomio cuadrado la expresión desarrollada válida es la siguiente dependiendo del signo:

$$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

$$\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$$

Ejemplo de uso de las propiedades:

Simplificaremos la siguiente expresión donde se sabe que $z \neq 0$:

$$\sqrt[3]{\frac{(x^{-8}y^2z^3)^{21}}{(xy^{-1}z^0)^7}}$$

Primero escribimos la raíz como exponente utilizando la Propiedad 6 y sabiendo que $z^0 = 1$ (y como la multiplicación por 1 da el mismo número) tenemos:

$$\left[\frac{(x^{-8}y^2z^3)^{21}}{(xy^{-1})^7}\right]^{1/3}$$

Ahora por medio de la Propiedad 4 distribuimos cada uno de los exponentes del numerador y del denominador por aparte:

$$\left[\frac{x^{-168}y^{42}z^{63}}{x^7y^{-7}}\right]^{1/3}$$

Usamos la Propiedad 2:

$$\left[x^{-168-7}y^{42-(-7)}z^{63}\right]^{1/3} = [x^{-175}y^{49}z^{63}]^{1/3}$$

Distribuimos el exponente externo por la Propiedad 4:

$$x^{-175/3}y^{49/3}z^{63/3} = x^{-175/3}y^{49/3}z^{21}$$

Como la idea es nunca dejar exponentes negativos utilizamos la Propiedad 3:

$$\frac{y^{49/3}z^{21}}{x^{175/3}} \qquad \textbf{OK}$$